

HEINRICH-HERTZ-INSTITUT FÜR SCHWINGUNGSFORSCHUNG  
BERLIN-CHARLOTTENBURG

# Technischer Bericht Nr. 130

Longitudinale Plasmawellen im inhomogenen  
Halbleiterkristall

von

Dr.-Ing. Bernhard Strebel

Berlin

1 9 7 0

Longitudinale Plasmawellen im inhomogenen Halbleiterkristall.

Zusammenfassung

Für ein unkompenziertes Elektronenplasma mit geringer Löcherdichte und Löcherbeweglichkeit wird im Sinne einer Kleinsignaltheorie das Gleichungssystem der Longitudinalwellenausbreitung aufgestellt. Die Dotierung des allseits ausgedehnten Kristalls ändert sich in Ausbreitungsrichtung der Welle nach einer vorgegebenen Funktion. Mittels Analogrechner wird dann die allmähliche Dotierungsschwankung, der periodisch dotierte Kristall und ein Festkörperraumladungswellenverstärker behandelt.

Heinrich- Hertz-Institut für Schwingungsforschung

Der Bearbeiter

*Strebel*

( Dr. B. Strebel )

Der Abteilungsleiter

*Gundlach*

(Prof. Dr.-Ing. F. W. Gundlach)

Der Institutsdirektor

*P. Mathieu*

(Prof. Dr.phil. P. Mathieu )

Berlin-Charlottenburg, den 2. Dezember 1970

Inhalt :

1. Einleitung
2. Die eindimensionale Plasmaströmung im inhomogenen Kristall
3. Analogrechnerdarstellung der Wellenausbreitung
4. Der Kristall mit allmählicher Dotierungsschwankung
5. Die Dämpfung durch Kollisionen
7. Schlußbemerkung
8. Literatur
9. Liste der Symbole

## 1. Einleitung

Die Untersuchung der Longitudinalwellenausbreitung im allseits ausgedehnten homogenen Halbleiterplasma ergibt, daß eine konvektive Instabilität von der Art der Zweistrominstabilität [1] ohne zusätzliches Magnetfeld nicht möglich ist, wenn die thermische Geschwindigkeit der Elektronen größer als ihre Driftgeschwindigkeit ist. Selbst wenn ein Material extrem hoher Beweglichkeit verfügbar wäre, ergäben sich keine anklingenden Wellen [2]. Nach Steele und Vural [3] könnte diese Schwierigkeit dadurch umgangen werden, daß die Longitudinalwellen durch hybride Wellentypen in einem dünnen Plasmafaden ersetzt und ein Magnetfeld angelegt wird.

In dieser Arbeit wird vorgeschlagen, den Kristall in Ausbreitungsrichtung der Longitudinalwelle unterschiedlich zu dotieren. Dies entspricht einem unkompenzierten Plasma, dessen Ladungsträger-Driftgeschwindigkeit mit der Ortskoordinate variiert. Bei einer periodischen Dotierung könnte dies zu anklingenden Wellen führen.

Wegen der zahlreichen nichtlinearen Verknüpfungen im Gleichungssystem ist der Analogrechner zur Darstellung der Ausbreitungsvorgänge gut geeignet.

## 2. Die eindimensionale Plasmaströmung im inhomogenen Kristall

Es wird ein extrinsischer Halbleiter mit einem unkompenzierten Elektronenplasma vorausgesetzt, dessen Dichte an beweglichen Löchern sehr gering ist. Die Beweglichkeit der freien Elektronen sei außerdem erheblich größer als die der freien Löcher.

In einem allseits ausgedehnten Medium mit diesen Eigenschaften wird in z-Richtung eine Variation der Elektronendichte vorgenommen. Ebenfalls in z-Richtung wirkt ein elektrisches Feld auf die Ladungsträger. Senkrecht zur z-Achse seien die Verhältnisse konstant, so daß eine eindimensionale Plasmaströmung entsteht. Diese wird durch folgendes hydrodynamisches Gleichungssystem beschrieben :

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{v}{\tau_n} + \frac{v^2}{n} \frac{\partial n}{\partial z} = - \frac{e}{m} \cdot E \quad (1)$$

$$e n v = \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = -j \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + v \frac{\partial n}{\partial z} + n \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

Es sind dies die Bewegungsgleichung (1) der Elektronen unter Berücksichtigung von Kollisionen und Diffusion, das Durchflutungsgesetz (2) und die Kontinuitätsgleichung (3). Im Sinne einer Kleinsignaltheorie werden nun durch folgenden Ansatz quasilineare Gleichungen gewonnen:

$$v = v(z, t) = v_0(z) + v_1(z) e^{j\omega t} \quad (4)$$

$$n = n(z, t) = n_0(z) + n_1(z) e^{j\omega t} ; \quad n_0(z) = n_{00} [1 - A(z)] \quad (5)$$

$$E = E(z, t) = E_0(z) + E_1(z) e^{j\omega t} \quad (6)$$

Der Index 0 charakterisiert die durch Dotierungsschwankungen vom Ort abhängigen Gleichgrößen, während mit dem Index 1 kleine Wechselgrößen bezeichnet werden. Diese Beziehungen werden in die Gleichungen (1) bis (3) eingesetzt und die Produkte kleiner Größen vernachlässigt. Für die zeitlichen Wechselanteile ergibt sich daraus folgendes Gleichungssystem :

$$\left\{ j\omega + \frac{1}{\tau_n} \right\} v_1(z) + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ v_0(z) \cdot v_1(z) \right\} + \frac{v_-^2}{n_0(z)} \frac{\partial n_1(z)}{\partial z} - \frac{v_-^2}{n_0^2(z)} \frac{\partial n_0(z)}{\partial z} n_1(z) = -\frac{e}{m} E_1(z) \quad (7)$$

$$n_0(z) \cdot v_1(z) + v_0(z) \cdot n_1(z) = j\omega \frac{\epsilon \epsilon_0}{e} E_1(z) \quad (8)$$

$$j\omega n_1(z) + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ v_0(z) \cdot n_1(z) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ n_0(z) \cdot v_1(z) \right\} = 0 \quad (9)$$

Die Wechselgrößen werden in Real- und Imaginärteil zerlegt :

$$v_1(z) = v_R + j v_I \quad (10)$$

$$n_1(z) = n_R + j n_I \quad (11)$$

$$E_1(z) = E_{R1} + j E_{I1} \quad (12)$$

Das Gleichungssystem nimmt dann folgende Gestalt an:

$$\begin{aligned} \frac{v_R}{\tau_n} - \omega v_z + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ v_0(z) \cdot v_R \right\} + \frac{v_-^2}{n_0(z)} \cdot \frac{\partial n_R}{\partial z} - \frac{v_-^2}{n_0^2(z)} \cdot \frac{\partial n_0(z)}{\partial z} n_R &= -\frac{e}{m} E_{R1} \\ \omega v_R + \frac{v_z}{\tau_n} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ v_0(z) v_z \right\} + \frac{v_-^2}{n_0(z)} \cdot \frac{\partial n_z}{\partial z} - \frac{v_-^2}{n_0^2(z)} \cdot \frac{\partial n_0(z)}{\partial z} n_z &= -\frac{e}{m} E_{z1} \end{aligned} \quad (13)$$

$$n_0(z) v_R + v_0(z) n_R = -\frac{\omega \epsilon \epsilon_0}{e} E_{z1} \quad (14)$$

$$n_0(z) v_z + v_0(z) n_z = \frac{\omega \epsilon \epsilon_0}{e} E_{R1}$$

$$\begin{aligned} -\omega n_z + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ v_0(z) \cdot n_R \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ n_0(z) \cdot v_R \right\} &= 0 \\ \omega n_R + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ v_0(z) \cdot n_z \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ n_0(z) \cdot v_z \right\} &= 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Hierdurch wird die Ausbreitung longitudinaler Plasmawellen in einem Halbleiterkristall mit eindimensionaler Ladungsträgerbewegung beschrieben. Wenn aus der Dispersionsgleichung des Systems für konstantes  $n_0$  bekannt ist, daß im betrachteten Bereich von  $n_0$  keine evaneszenten Wellen mit aperiodischen Feldern auftreten, breiten sich in + z-Richtung oder - z-Richtung eine langsame und eine schnelle Raumladungswelle aus. Dann ist auch das Stabilitätskriterium von Sturrock [4] in dieser Form anwendbar. Näherungsweise wird hier angenommen, daß die thermische Geschwindigkeit der Elektronendichte bei der Dotierungsschwankung unverändert bleibt.

Die mittlere Stromdichte

$$j = -e n_0(z) \cdot v_0(z) \quad (16)$$

sei überall konstant. Der Anteil der Löcherstromdichte am Gesamtstrom braucht bei genügend kleiner Dichte und Beweglichkeit nicht berücksichtigt zu werden. Die

Relaxationszeit des Halbleitermaterials sei außerdem so kurz, daß auch die Diffusionslängen bei Veränderung der mittleren Elektronendichte  $n_0(z)$  klein gegen die Plasmawellenlänge ist. Somit ist die mittlere Dichte der freien Elektronen zu ihrer mittleren Geschwindigkeit umgekehrt proportional, und das Geschwindigkeitsprofil der Elektronen in z - Richtung läßt sich durch geeignete Wahl des Dotierungsprofils einstellen.

### 3. Analogrechnerdarstellung der Wellenausbreitung.

Für die Untersuchung der Longitudinalwellenausbreitung bei beliebigem Verlauf der Dotierung ist der Analogrechner sehr geeignet, da jede Veränderung der Elektronendichte durch Multiplikatoren unmittelbar in die Schaltung eingeht.

Wie in [2] können jedoch die Gleichungen (13) bis (15) nicht direkt programmiert werden weil die Schaltung algebraische Schleifen enthält. Es wird deshalb eine Transformation vorgenommen:

$$v_R = \frac{1}{v_0(z)} (X_{R1} - y_{R1}) \quad ; \quad v_z = \frac{1}{v_0(z)} (X_{z1} - y_{z1}) \quad (17)$$

$$n_R = \frac{n_0(z)}{v^2} (X_{R1} + y_{R1}) \quad ; \quad n_z = \frac{n_0(z)}{v^2} (X_{z1} + y_{z1}) \quad (18)$$

Nach Zwischenrechnung läßt sich das Gleichungssystem in eine für den Analogrechner geeignete Form bringen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_{R1}}{\partial z} &= -\frac{1}{2Z_n} \left\{ \frac{X_{R1}}{v_0(z)} - \frac{y_{R1}}{v_0(z)} \right\} + \frac{\omega}{2} \left\{ \frac{X_{z1}}{v_0(z)} - \frac{y_{z1}}{v_0(z)} \right\} - \frac{e}{2m} E_{R1} \\ \frac{\partial X_{z1}}{\partial z} &= -\frac{\omega}{2} \left\{ \frac{X_{R1}}{v_0(z)} - \frac{y_{R1}}{v_0(z)} \right\} - \frac{1}{2Z_n} \left\{ \frac{X_{z1}}{v_0(z)} - \frac{y_{z1}}{v_0(z)} \right\} - \frac{e}{2m} E_{z1} \end{aligned} \quad (19)$$

$$E_{\mathfrak{F}1} = \frac{\mathfrak{J}}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \left\{ X_{R1} \left[ \frac{1}{v_-^2} + \frac{1}{v_0^2(z)} \right] + y_{R1} \left[ \frac{1}{v_-^2} - \frac{1}{v_0^2(z)} \right] \right\} \quad (20)$$

$$E_{R1} = -\frac{\mathfrak{J}}{\omega \varepsilon \varepsilon_0} \left\{ X_{\mathfrak{F}1} \left[ \frac{1}{v_-^2} + \frac{1}{v_0^2(z)} \right] + y_{\mathfrak{F}1} \left[ \frac{1}{v_-^2} - \frac{1}{v_0^2(z)} \right] \right\}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ y_{R1} \left[ \frac{1}{v_-^2} - \frac{1}{v_0^2(z)} \right] \right\} = -\frac{\partial}{\partial z} \left\{ X_{R1} \left[ \frac{1}{v_-^2} + \frac{1}{v_0^2(z)} \right] \right\} + \frac{\omega}{v_-^2} \left\{ \frac{X_{\mathfrak{F}1}}{v_0(z)} + \frac{y_{\mathfrak{F}1}}{v_0(z)} \right\} \quad (21)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ y_{\mathfrak{F}1} \left[ \frac{1}{v_-^2} - \frac{1}{v_0^2(z)} \right] \right\} = -\frac{\partial}{\partial z} \left\{ X_{\mathfrak{F}1} \left[ \frac{1}{v_-^2} + \frac{1}{v_0^2(z)} \right] \right\} - \frac{\omega}{v_-^2} \left\{ \frac{X_{R1}}{v_0(z)} + \frac{y_{R1}}{v_0(z)} \right\}$$

Die Umrechnung der Systemvariablen auf Maschinenvariable wird durch folgende Skalierung vorgenommen:

$$X_{R1} = a_4 X_R \quad ; \quad X_{\mathfrak{F}1} = a_4 X_{\mathfrak{F}} \quad (22)$$

$$y_{R1} = a_4 y_R \quad ; \quad y_{\mathfrak{F}1} = a_4 y_{\mathfrak{F}} \quad (23)$$

$$E_{R1} = a_1 E_R \quad ; \quad E_{\mathfrak{F}1} = a_1 E_{\mathfrak{F}} \quad (24)$$

$$z = \mathcal{K} \tau \quad ; \quad v_0(z) = -|v_0(\tau)| \quad (25)$$

Die Maschinengleichungen müssen nun so geformt werden, daß einerseits Differentiationen vermieden werden und zum anderen die vorhandenen 8 Multiplikatoren der Maschine ausreichen.

Es nimmt dann die endgültige Gestalt an :

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_R}{\partial \tau} = & H_n \left\{ x_R [1 - A(\tau)] - y_R [1 - A(\tau)] \right\} \\ & - K_n \left\{ x_F [1 - A(\tau)] - y_F [1 - A(\tau)] \right\} - L_n E_R \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_F}{\partial \tau} = & K_n \left\{ x_R [1 - A(\tau)] - y_R [1 - A(\tau)] \right\} \\ & + H_n \left\{ x_F [1 - A(\tau)] - y_F [1 - A(\tau)] \right\} - L_n E_F \end{aligned}$$

$$E_F = M_n \cdot x_R [1 - S_n \cdot A(\tau)] - N_n \cdot y_R \cdot f(\tau) \quad (27)$$

$$E_R = -M_n \cdot x_F [1 - S_n \cdot A(\tau)] + N_n \cdot y_F \cdot f(\tau)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ y_R \cdot f(\tau) \right\} = & P_n \left\{ [1 - S_n \cdot A(\tau)] \frac{\partial x_R}{\partial \tau} - x_R \cdot S_n \frac{\partial A(\tau)}{\partial \tau} \right\} \\ & + Q_n \left\{ x_F [1 - A(\tau)] + y_F [1 - A(\tau)] \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} \left\{ y_F \cdot f(\tau) \right\} = & P_n \left\{ [1 - S_n \cdot A(\tau)] \frac{\partial x_F}{\partial \tau} - x_F \cdot S_n \frac{\partial A(\tau)}{\partial \tau} \right\} \\ & - Q_n \left\{ x_R [1 - A(\tau)] + y_R [1 - A(\tau)] \right\} \end{aligned}$$

Die Geschwindigkeitsvariation ist darin durch eine kleine Störung  $A(\tau)$  berücksichtigt:

$$\frac{1}{|v_0(\tau)|} = \frac{e n_0(\tau)}{f} = \frac{1}{|v_{00}|} \cdot [1 - A(\tau)] = \frac{e n_{00}}{f} [1 - A(\tau)]$$

$$\left\{ \frac{1}{v_-^2} + \frac{1}{|v_0(\tau)|^2} \right\} = \frac{1}{|v_{00}|^2} \left\{ [1 - A(\tau)]^2 + \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2} \right\} \approx \frac{1}{|v_{00}|^2} \left\{ 1 + \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2} \right\} [1 - S_n A(\tau)]$$

$$\left\{ \frac{1}{v_-^2} - \frac{1}{|v_0(\tau)|^2} \right\} = -\frac{1}{|v_{00}|^2} \left\{ [1 - A(\tau)]^2 - \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2} \right\} = -\frac{1}{|v_{00}|^2} \left\{ 1 - \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2} \right\} \cdot \varphi(\tau)$$

$$\varphi(\tau) = \frac{[1 - A(\tau)]^2 - \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2}}{1 - \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2}}$$

$$\begin{aligned} \frac{1 - A(\tau)}{\varphi(\tau)} &= \frac{[1 - A(\tau)] \left\{ 1 - \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2} \right\}}{[1 - A(\tau)]^2 - \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2}} = \frac{[1 - A(\tau)]}{1 - \frac{2A(\tau) - A(\tau)^2}{\left\{ 1 - \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2} \right\}}} \\ &\approx 1 + P_n \cdot A(\tau) \end{aligned}$$

Die in den Gleichungen (26) bis (28) verwendeten Konstanten haben folgende Bedeutung:

$$H_n = \frac{\kappa \cdot T}{2 \tau_n |v_{00}|}$$

$$K_n = \frac{\omega \kappa T}{2 |v_{00}|}$$

$$L_n = \frac{e a_1 \kappa T}{2 m a_4}$$

$$M_n = \frac{e}{\omega \epsilon \epsilon_0} \frac{a_4}{a_1} \frac{n_{00}}{|v_{00}|} \left\{ 1 + \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2} \right\}$$

$$N_n = \frac{e}{\omega \epsilon \epsilon_0} \cdot \frac{a_4}{a_1} \cdot \frac{n_{00}}{|v_{00}|} \left\{ 1 - \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2} \right\}$$

$$P_n = \frac{1 + \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2}}{1 - \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2}} ; \quad Q_n = \frac{\frac{1}{v_-^2} \cdot \omega \kappa |v_{00}| T}{1 - \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2}}$$

$$S_n = \frac{2}{1 + \frac{|v_{00}|^2}{v_-^2}}$$

Aus den Gleichungen (26) bis (28) entsteht die Analogrechnerschaltung in Bild 1.

#### 4. Der Kristall mit allmählicher Dotierungsschwankung

Die Ausbreitung einer longitudinalen Welle in einem allseits ausgedehnten Indiumantimonidkristall zeigt Bild 2. In Teil a ist die Elektronendichte über der Längenkoordinate aufgetragen. Teil b beschreibt oberhalb der Plasmafrequenz für den idealisierten Fall sehr hoher Beweglichkeit, bei dem der Einfluß der Kollisionen gering ist, die Ausbreitung langsamer und schneller Raumladungswellen. Die schnelle Welle (lange Wellenlänge) wandert gegen die z-Richtung, die langsame Welle (kurze Wellenlänge) läuft aber in z-Richtung. Die entgegengesetzte Ausbreitungsrichtung folgt aus der Hypozykloide in der Polarkoordinatendarstellung. In dem gewählten Beispiel ist die thermische Geschwindigkeit der Elektronen doppelt so hoch wie die Driftgeschwindigkeit. Der Darstellung liegen folgende Werte zu Grunde:

$$n_{00} = 10^{13} \text{ cm}^{-3} ; f_{p0} = 60 \text{ GHz} ; f = 65 \text{ GHz} ; |v_{00}| = 7 \cdot 10^7 \text{ cm sec}^{-1}$$

$$\frac{e}{m_i} = 1,26 \cdot 10^{17} \text{ V}^{-1} \text{ sec}^{-2} \text{ cm}^2 ; \epsilon = 16 ; \left| \frac{v_{00}}{v_-} \right| = 0,5 ; \omega \tau_n = \infty$$

Die Skalierungskonstanten sind:

$$\kappa = 3 \cdot 10^{-3} \text{ cm sec}^{-1} ; a_1 = 10^{-2} \text{ cm}^{-1} ; a_4 = 10^{11} \text{ V}^{-1} \text{ sec}^{-2} \text{ cm}^2$$

Die Zeitkonstante aller Integratoren beträgt  $T = 0,1 \text{ sec}$ .

Bild 3 unterscheidet sich vom vorhergehenden Fall nur durch die Betriebsfrequenz  $f = 62$  GHz, die näher an der Plasamittelfrequenz  $f_{p0}$  liegt.

Zum Verständnis der beiden Bilder kann die Dispersionsgleichung longitudinaler Wellen in einem homogenen Medium herangezogen werden :

$$\frac{\omega_{p0}^2}{\left\{ \omega + k |v_{n0}| - j \frac{1}{\tau_n} \right\} \left\{ \omega - k |v_{n0}| \right\} - k v_-^2} = 1 \quad (29)$$

Es wird dabei eine Ortsabhängigkeit  $e^{-jkz}$  angenommen. Für das Rechenbeispiel der Bilder 2 und 3 ist in Bild 4 die Dispersionskurve wiedergegeben. Unterhalb von  $\omega_{g1}$  gibt es nur aperiodische Felder, während darüber schnelle und langsame Raumladungswellen existieren. Da die Betriebsfrequenzen oberhalb der Plasmafrequenz liegen, laufen die Wellen in entgegengesetzte Richtung.

Eine Veränderung der Ladungsträgerkonzentration bewirkt jetzt eine Verschiebung der Plasmafrequenz relativ zur Betriebsfrequenz und eine Änderung der Wellenlänge. Hiervon wird die schnelle Welle besonders betroffen, wenn die Betriebsfrequenz in der Nähe der Plasmafrequenz liegt.

Durch die verschiedenen Wellenlängen sind hin- und rücklaufende Wellen leicht zu unterscheiden. Aus Bild 2 und 3 geht somit hervor, wie groß die Reflexion der langsamen Welle an der Dichtestörung ist. Es tritt also ein Energieübergang von der langsamen zur schnellen Raumladungswelle auf und umgekehrt.

Zwischen  $\omega_{pn}$  und  $\omega_{g1}$  ändert sich die Ausbreitungsrichtung der schnellen Raumladungswelle. Die Änderung von  $n_0$  ist in den Beispielen jedoch so gewählt, daß die Welle immer oberhalb von  $\omega_{pn}$  betrachtet wird.

##### 5. Wellenausbreitung im periodisch dotierten Kristall

Die eindimensionale Wellenausbreitung in einem periodisch dotierten Kristall nimmt dann eine Sonderstellung ein, wenn die Dotierungsperiode ungefähr der Wellenlänge entspricht. Die Bilder 5 und 6 zeigen den Fall, daß die Periode von  $n_0$  und die Wellenlänge der schnellen Raumladungswelle etwa gleich sind.

Auch hier wird  $\omega \tau_n = \infty$  angenommen.

Durch die nichtlinearen Glieder des Gleichungssystems (1) bis (3) wird nun eine Verkopplung zwischen Raumperiode und Raumladungswelle bewirkt. In einem schmalen Frequenzbereich führt dies zu räumlich an- und abklingenden Wellen. In Bild 5 klingt die schnelle

Welle von rechts nach links an, während die langsame Welle fast unbeeinflusst bleibt. Wichtig für die Rechnung ist die Wahl der richtigen Anfangsphase der Welle.

Aus Bild 6 geht hervor, daß der Verstärkungsfaktor mit der Amplitude der Dotierungsschwankung wächst. In der Rechnung ist nur die Wechselwirkung mit der räumlichen Grundwelle berücksichtigt.

Zur Ausnutzung dieses Effektes ist eine möglichst starke Änderung der Phasenkonstante erforderlich:

$$k_{1,2} = \frac{\omega v_{no}}{v_-^2 - |v_{no}|^2} \pm \frac{\omega_{po} v_-}{v_-^2 - |v_{no}|^2} \sqrt{\frac{|v_{no}|^2}{v_-^2} - 1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{po}}\right)^2}$$

Die größte Änderung ergibt sich in der Nähe des Punktes  $k = 0$ ,  $\omega = \omega_{po}$ .

Für eine kleine Abweichung  $\Delta\omega$  von  $\omega_{po}$  gilt hier :

$$k(z) \approx - \frac{\Delta\omega}{|v_{no}(z)|} = \frac{e \Delta\omega}{f} \cdot n_o(z)$$

Die Phasenkonstante ist also in der Gegend der Plasmafrequenz der Elektronendichte proportional.

Die Besonderheit des Verstärkungseffektes durch periodische Dotierung liegt darin, daß er im Gegensatz zur Zweistrominstabilität auch für  $|v_-| > |v_{no}|$  auftritt.

Ein Analogon zum beschriebenen Vorgang ist der Raumladungswellenverstärker im Bereich der Elektronenröhren, der auch Verstärker mit Geschwindigkeitssprüngen genannt wird. Bild 7 gibt das von Pierce [5] verwendete Modell wieder. Der Elektronenstrahl ist umgeben von einer Reihe metallischer Röhren A, B, A, B ... , die abwechselnd auf unterschiedlichem Potential gegen die Kathode liegen. Bei geeigneter Wahl der Zylinderlängen werden die Elektronen phasenrichtig gebremst oder beschleunigt.

Bild 8 zeigt nun einen Vorschlag für einen Festkörper-Raumladungswellenverstärker im Millimeterwellengebiet. Die zu verstärkende Welle gelangt über einen Rechteckhohlleiter, dessen Schmalseite im Koppelbereich verkürzt ist, an den Kristall. Dieser ist durch eine Bohrung in der Breitseite geführt, so daß eine elektrische Wechselfeldstärke in Ausbreitungsrichtung angeregt wird. Am Ende des periodisch dotierten InSb-Kristalls wird eine gleiche Auskoppelvorrichtung angebracht. Durch Veränderung der angelegten Spannung  $V$  kann der Verstärker ein wenig in der Frequenz abgestimmt werden. Wegen der hohen Elektronenbeweglichkeit ist eine Abkühlung auf  $77^\circ$  notwendig.

## 6. Die Dämpfung durch Kollisionen

Der Einfluß der Kollisionen wurde bisher mit  $\omega\tau_n = \infty$  vernachlässigt. Diese Näherung war eingeführt worden, um den Verstärkungseffekt herauszustellen. Normalerweise überwiegt jedoch eine zusätzliche Dämpfung durch Kollisionen, deren wesentliche Kenngröße die Relaxationszeit  $\tau_n$  der Elektronen darstellt.

Bild 9a zeigt für  $\omega\tau_n = 200$ , wie die Verstärkung im Vergleich zu Bild 6 zurückgeht, wo außer  $\omega\tau_n$  alle Werte gleich groß gewählt wurden. Bei einer Dotierungsschwankung zwischen  $0,82 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  und  $1,04 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  überwiegt noch die Verstärkung für die schnelle Raumladungswelle. Die von links nach rechts eilende langsame Welle wird durch Kollisionen gedämpft. Bei weiterer Erniedrigung der Größe  $\omega\tau$  auf 100 ergibt derselbe Fall in Bild 9 b eine Dämpfung der schnellen und langsamen Welle. Durch Steigerung der Elektronendichteveriation auf Werte zwischen  $0,78 \cdot 10^{13}$  und  $1,07 \cdot 10^{13}$  läßt sich auch für diesen Fall die Verstärkung soweit treiben, daß insgesamt die Welle anklingt (Bild 9c). Die Plasmafrequenz wird hierbei bereits kurzzeitig unterschritten. Dieser Verstärker wäre jedoch sehr schmalbandig. Eine weitere Erniedrigung von  $\omega\tau_n$  bringt fast nur gedämpfte Wellen. Die Verstärkung der langsamen Raumladungswelle findet kein besonderes Interesse, weil die Änderung der Phasenkonstante bei Dichteveriation gering ist und die Herstellung einer Dotierungsänderung mit so kurzer Raumperiode zu erheblichen Problemen führt.

## 7. Schlußbemerkung.

Der n-leitende Halbleiterkristall mit inhomogener Dotierung zeigt im Fall periodisch wechselnder Elektronendichte ein Anklingen der schnellen Raumladungswelle in einem schmalen Frequenzbereich. Dieser Effekt erscheint im Gegensatz zur Zweistrominstabilität auch in einem allseits ausgedehnten Körper, bei dem die thermische Geschwindigkeit der Ladungsträger größer ist als die Driftgeschwindigkeit. Da diesem Verstärkungseffekt jedoch eine Dämpfung durch Kollisionen überlagert ist, wird für einen Festkörperraumladungswellenverstärker ein Material mit extrem hoher Beweglichkeit benötigt.

8. Literatur

- [ 1 ] W. Köchner : " Untersuchung der Zweistrom- Instabilität im driftenden Halbleiterplasma "   
A E Ü 19 [ 1965 ] p. 445
- [ 2 ] B. Strebel : " Die Darstellung longitudinaler Plasmawellen im Indium-antimonid auf dem Analogrechner "   
Techn. Bericht Nr. 118 des Heinrich-Hertz-Instituts Berlin, 1970.
- [ 3 ] M. Steele : " Wave Interactions in Solid State Plasmas "   
B. Vural   
Mc Graw-Hill Book Company   
Kapitel 7.3 : Logitudinal and Hybrid Waves.
- [ 4 ] P.A. Sturrock : " Kinematics of Growing Waves "   
Physical Review Vol. 112 No 5 p. 1488   
( 1958)
- [ 5 ] J.R. Pierce : " The Wave Picture of Microwave Tubes "   
Bell System Technical Journal 1954 p. 1343

9. Liste der Symbole

$a_1, a_4$	= Umrechnungsfaktoren zwischen Systemvariablen und Maschinenvariablen
$e$	= Elementarladung
$f$	= Betriebsfrequenz
$f_{po}$	= mittlere Plasmafrequenz
$k$	= komplexe Wellenzahl
$m$	= effektive Masse der Elektronen
$n$	= Elektronendichte
$n_o(z)$	= ortsabhängiger Gleichanteil der Elektronendichte
$n_{oo}$	= mittlerer Gleichanteil der Elektronendichte
$n_1(z), n_1(\tau)$	= ortsabhängiger Wechselanteil der Elektronendichte
$n_R, n_I$	= Real- und Imaginärteile der Wechselanteile der Elektronendichte
$t$	= Zeit
$v$	= Driftgeschwindigkeit der Elektronen
$\underline{v}$	= Thermische Geschwindigkeit der Elektronen
$v_o(2)$	= ortsabhängiger Gleichanteil der Elektronendriftgeschwindigkeit
$v_{oo}$	= mittlerer Gleichanteil der Elektronendriftgeschwindigkeit
$v_1(z), v_1(\tau)$	= ortsabhängiger Wechselanteil der Elektronendriftgeschwindigkeit
$v_R, v_{I1}$	= Real- und Imaginärteile des Wechselanteils der Elektronendriftgeschwindigkeit
$x_R, x_{I1}$ $y_R, y_{I1}$	} = Real- und Imaginärteile der Substitutionsvariablen x und y im Systembereich
$\hat{x}_R, \hat{x}_I$ $y_R, y_I$	
$z$	= Längenkoordinate in Ausbreitungsrichtung

$A(\tau), A(z)$	= Ortsfunktion, die die Abweichung der Elektronendichte vom mittlerem Gleichanteil beschreibt.
$E$	= elektrische Feldstärke
$E_1(z)$	= ortsabhängiger Wechselanteil der elektrischen Feldstärke
$E_{R1}, E_{I1}$	= Real- und Imaginärteile des Wechselanteils der elektrischen Feldstärke im Systembereich
$E_R, E_I$	= Real- und Imaginärteile des Wechselanteils der elektrischen Feldstärke auf der Maschine
$I$	= Index für Imaginärteile
$J$	= Stromdichte
$H_n, K_n, L_n, M_n$	} = Konstanten
$N_n, P_n, R_n, S_n$	
$R$	= Index für Realteile
$T$	= Zeitkonstante der Integratoren
$\epsilon$	= relative Permittivität
$\epsilon_0$	= Permittivität des leeren Raumes
$K$	= Umrechnungsfaktor
$\lambda$	= Wellenlänge
$\tau$	= Zeitvariable auf dem Analogrechner
$\tau_n$	= Impulsrelaxationszeit für Elektronen
$\omega$	= Kreisfrequenz
$\omega_p$	= Plasmakreisfrequenz
$\omega_{p0}$	= mittlere Plasmakreisfrequenz
$\Delta\omega$	= Frequenzabweichung von $\omega_{p0}$

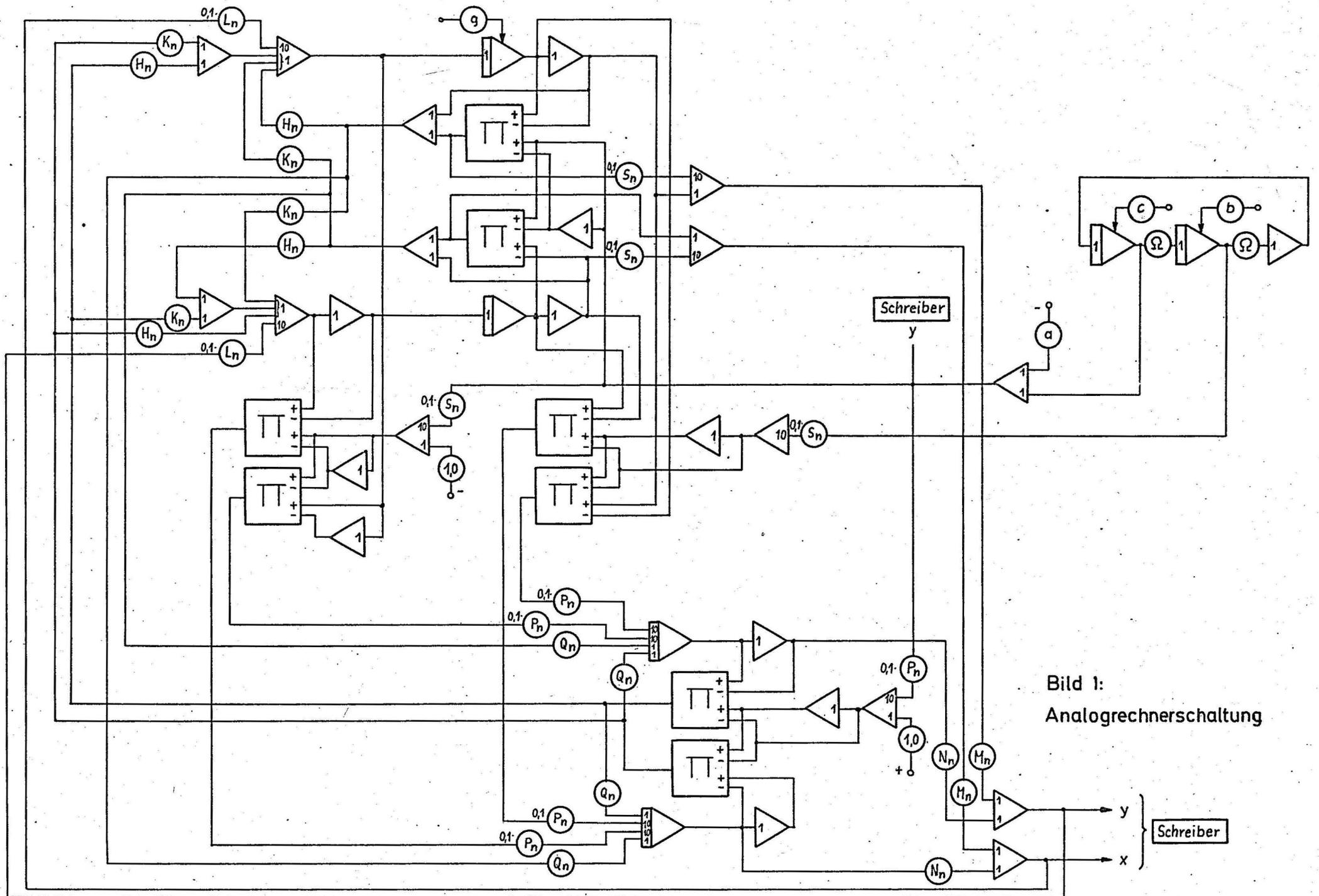


Bild 1:  
Analogrechnerschaltung

$(\text{cm}^{-1}) / \lambda_0$

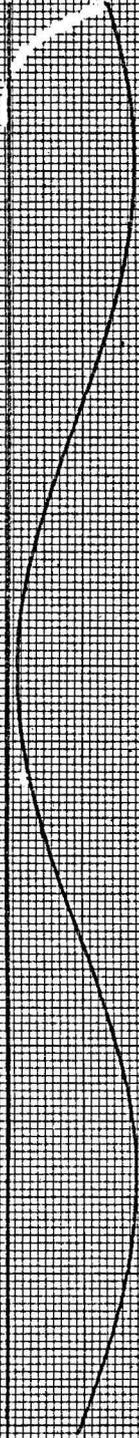
- 10<sup>-13</sup> - 10<sup>13</sup>
- 10<sup>14</sup>
- 10<sup>15</sup>
- 10<sup>16</sup>
- 10<sup>17</sup>
- 10<sup>18</sup>
- 10<sup>19</sup>
- 10<sup>20</sup>

a

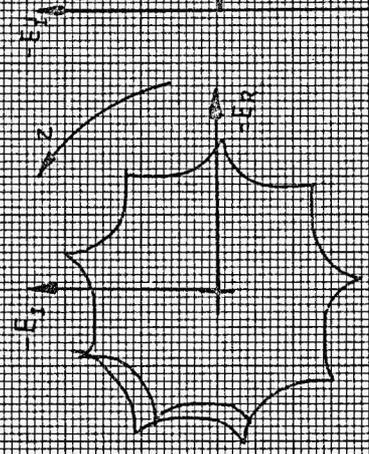
0,09  
0,08  
0,12

$\sqrt{-A(z)}$

z



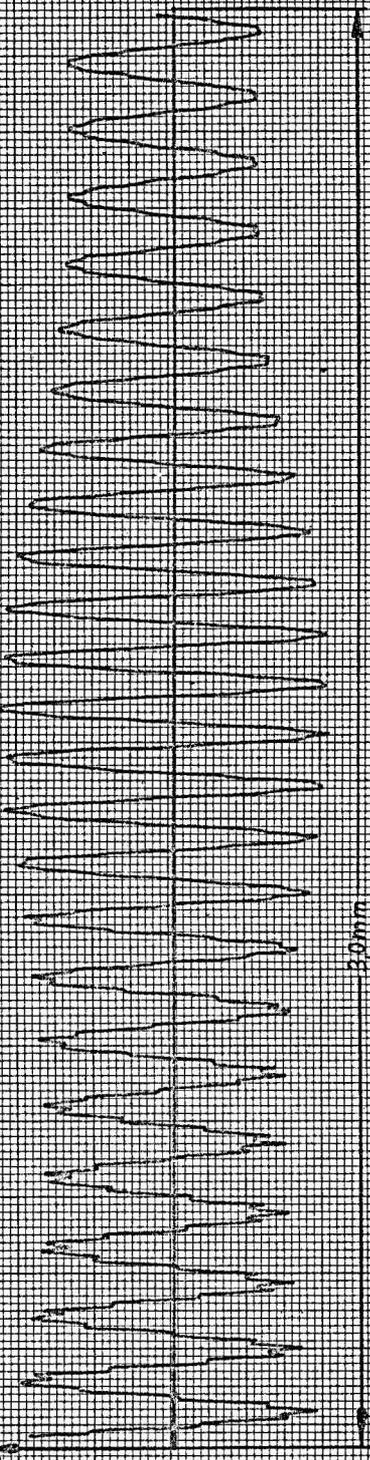
b



$-E_r$

z

$-E_r$

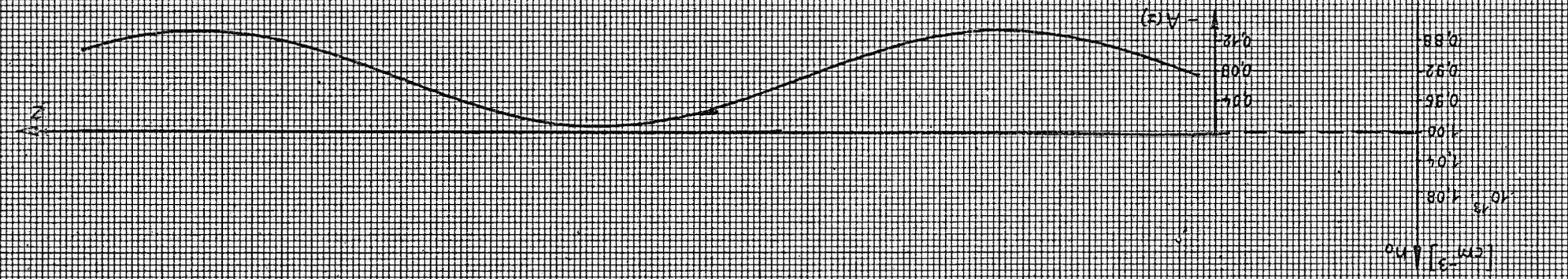


3.0mm

z

Bild 2: Wellenausbreitung bei allmählicher Dotierungsschwankung  $f_0 = 50$  GHz,  $f = 65$  GHz

Bild 3: Wellenausbreitung bei allmählicher Dämpfungsschwankung  $f_{00} = 60 \text{ GHz}$ ,  $f = 62 \text{ GHz}$



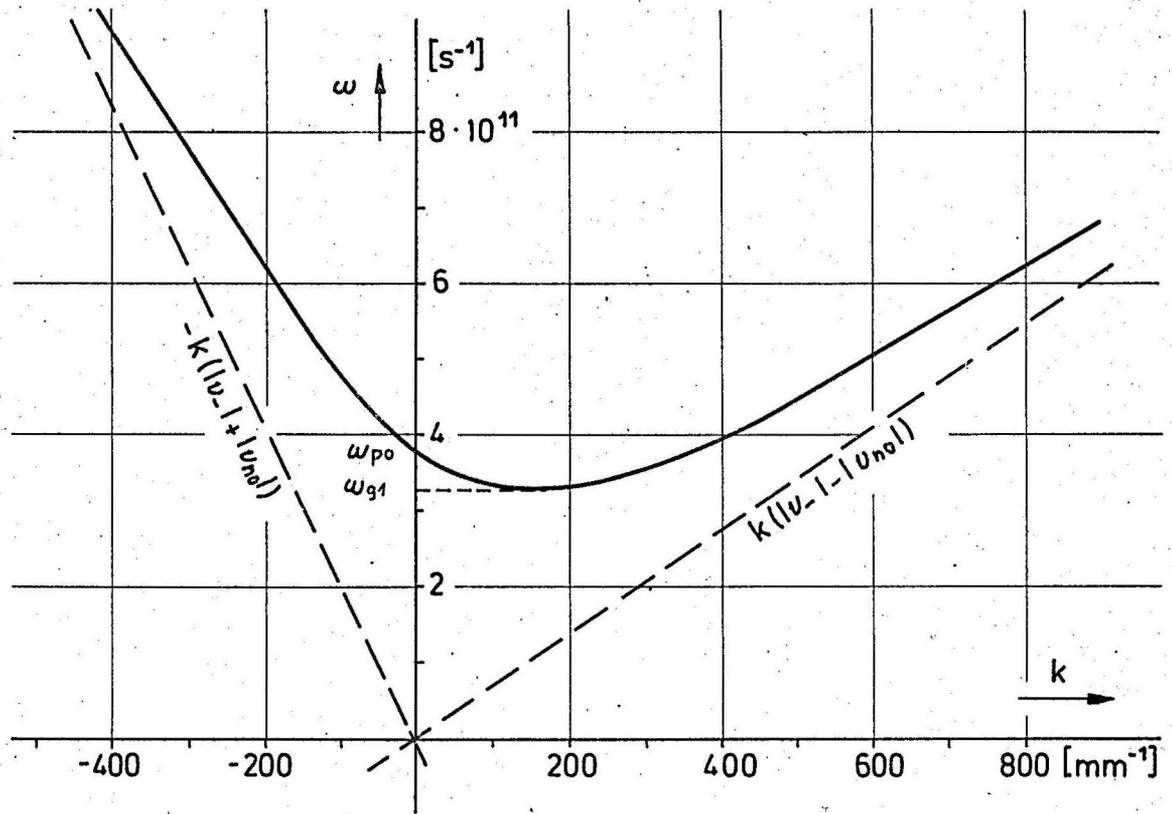


Bild 4: Dispersionskurve Fall  $\omega\tau_n = \infty$

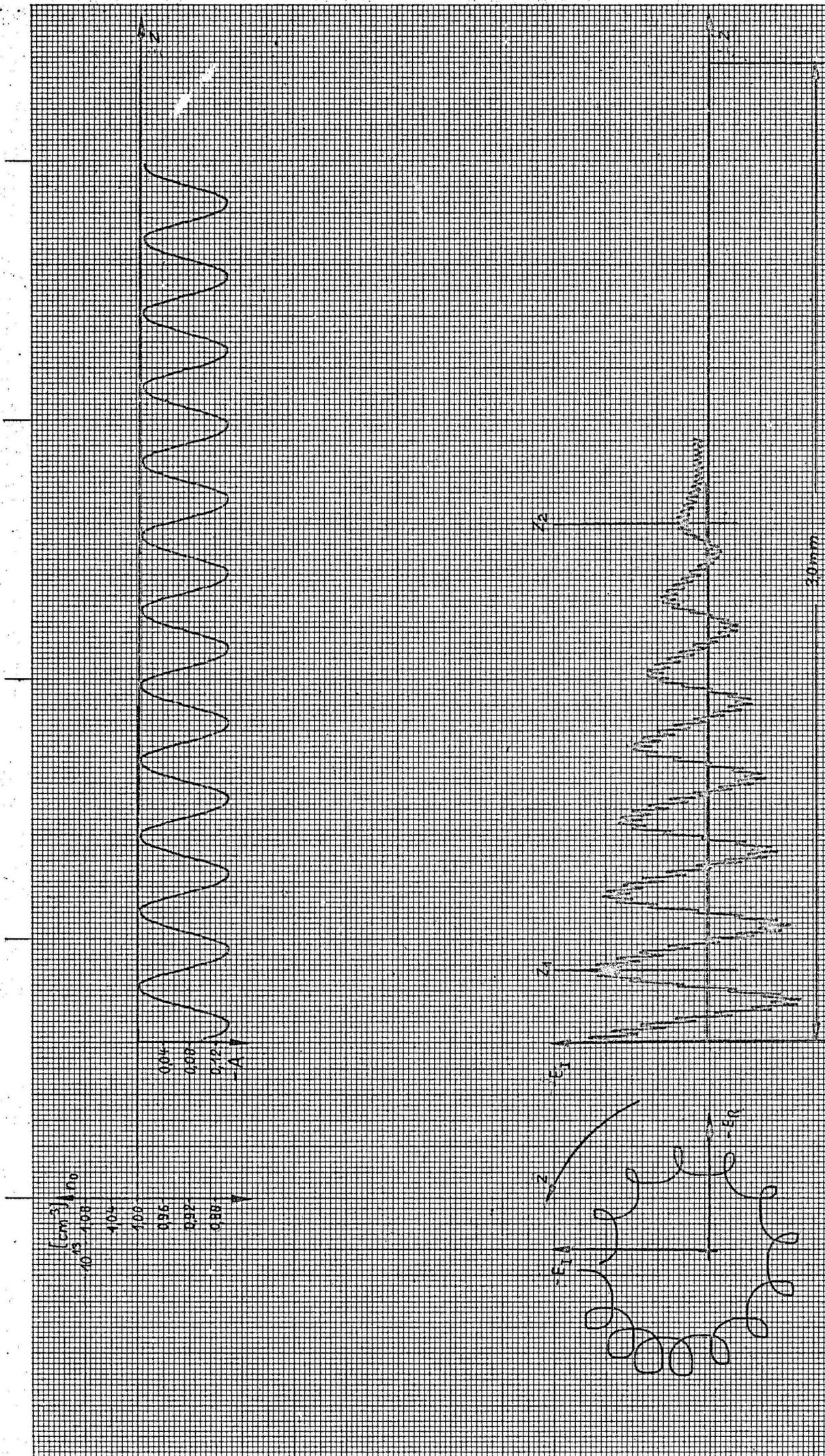


Bild 5: Periodisch dotierter Kristall mit schwach anklingender Raumladungswelle

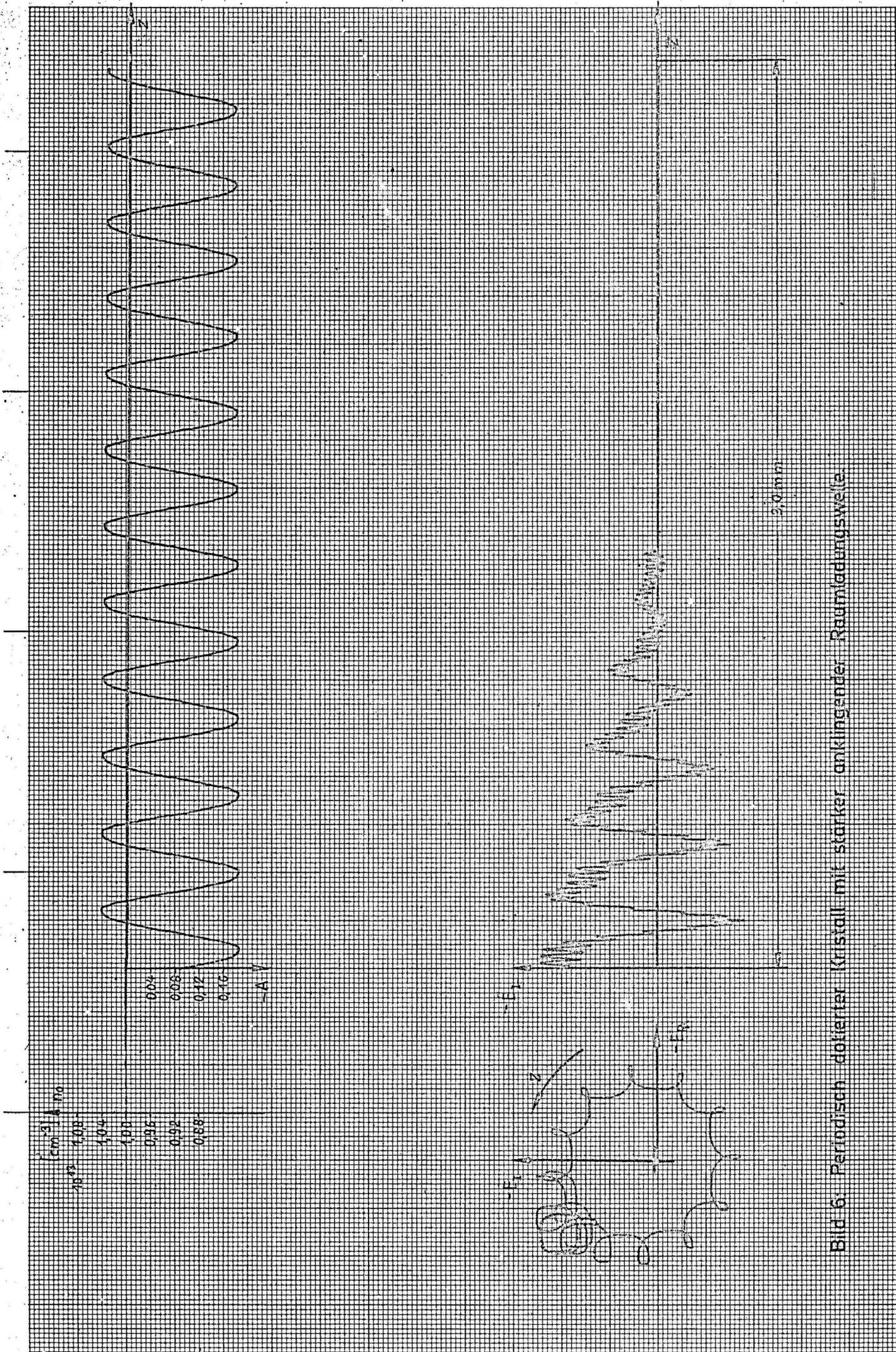


Bild 6: Periodisch dotierter Kristall mit starker anklingender Raumladungswelle.

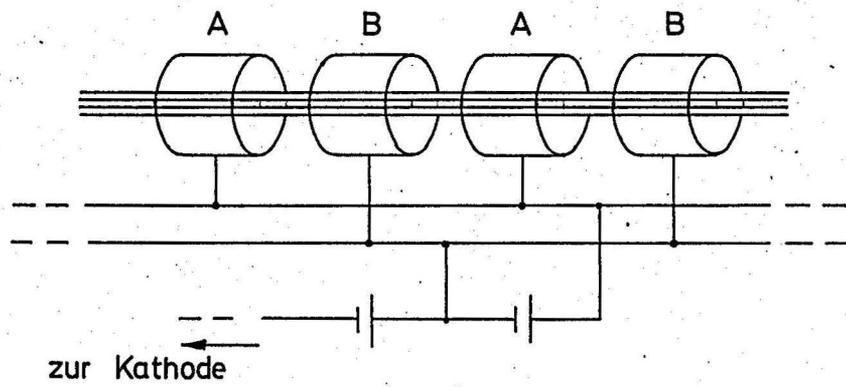


Bild 7: Raumladungswellenverstärker mit Elektronenstrahl.

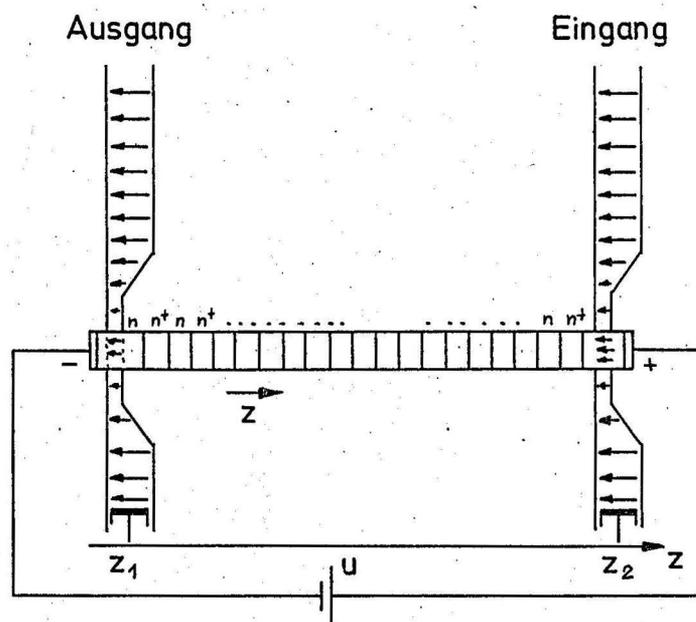


Bild 8: Festkörper - Raumladungswellenverstärker.

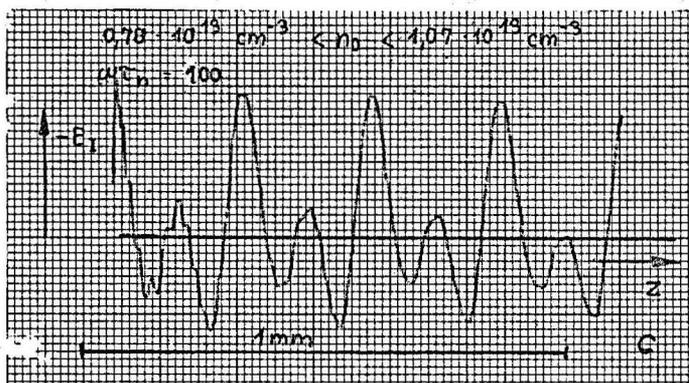
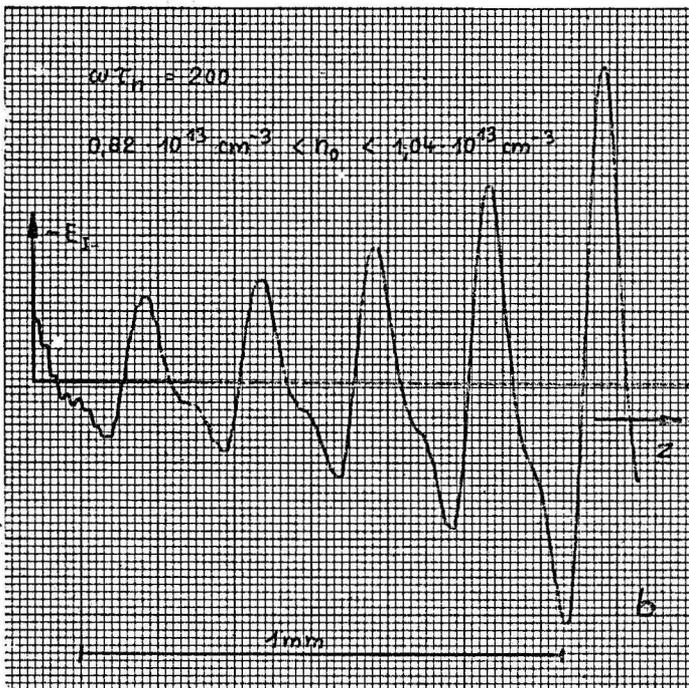
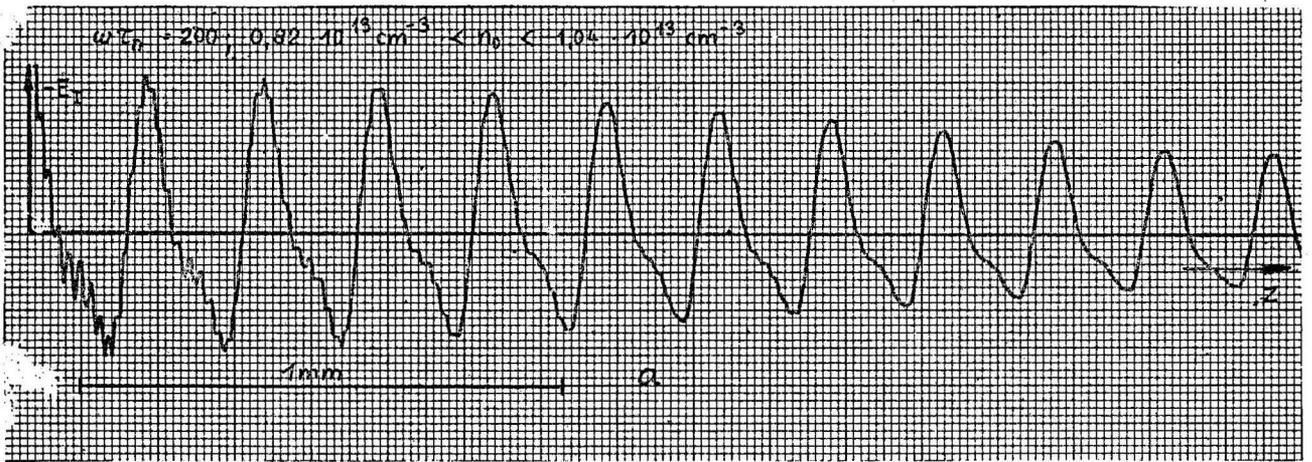


Bild 9: Raumladungswellen im periodisch dotierten Kristall mit Kollisionen.

